

PACS numbers: 62.20.F-, 62.50.-p, 81.40.Jj, 81.40.Lm, 83.10.-y, 83.50.-v, 83.60.-a

## **Макроскопическая физика пластической деформации металлов**

Л. Б. Зуев

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,  
просп. Академический, 2/4,  
634055 Томск, Россия  
Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
просп. Ленина, 36,  
634050 Томск, Россия*

Рассмотрены закономерности, определяющие развитие локализованной пластической деформации твёрдых тел. При анализе характеристик локализованного пластического течения металлов, неметаллов и горных пород обнаружена корреляция произведений масштабов и скоростей процессов упругой и пластической деформаций. На этом основании высказана гипотеза о причинной взаимосвязи упругой и пластической составляющих деформации и введён упругопластический инвариант деформации, играющий роль основного уравнения развиваемой автоволновой модели пластичности. Предложены автоволновой и квазичастичный варианты описания явления локализованной пластичности.

Розглянуто закономірності, що визначають розвиток локалізованої пластичної деформації твердих тіл. При аналізі характеристик локалізованої пластичної плинності металів, неметалів і гірських порід виявлено кореляцію добутків масштабів і швидкостей процесів пружної та пластичної деформацій. На цій підставі висловлено гіпотезу про причинний зв'язок пружної та пластичної складових деформації і введено пружнопластичний інваріант деформації, що виконує роль основного рівняння розвинутого автохвильового моделю пластичності. Запропоновано автохвильовий і квазичастинковий варіанти опису явища локалізованої пластичності.

The localized plastic deformation and the law-like regularities underlying its development in solids are considered. The characteristic features of localized plasticity are analysed for a wide series of materials, i.e. metals, non-metals, and rocks. Thus, a correlation is established between the products of scales and process rates for the elastic and plastic deformations. It is favourable ground for hypothesizing causal links between the elastic and plastic defor-

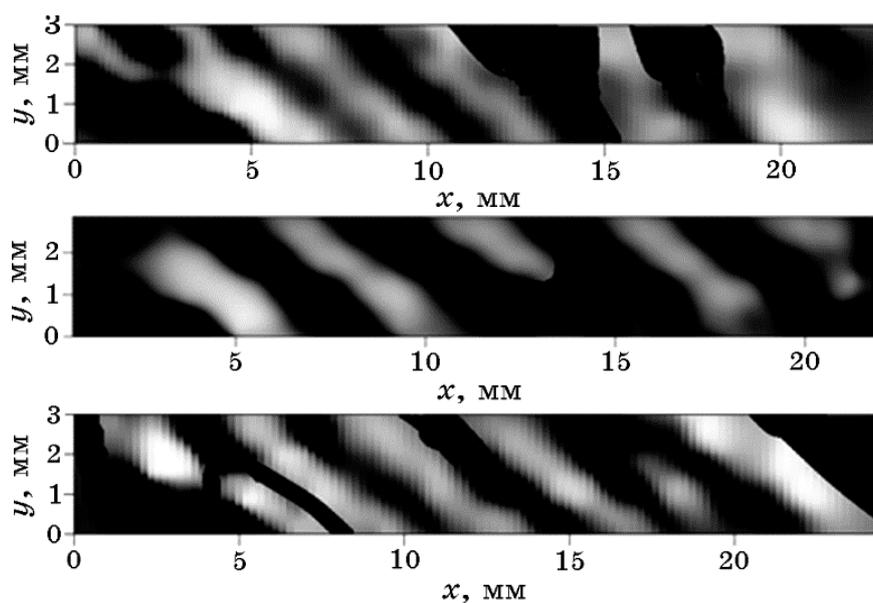
mations by introducing an elastic–plastic invariant, which is the master equation of the autowave plasticity model being developed. It is proposed that localized plasticity phenomena have to be described within the scope of the autowave and quasi-particle approaches.

**Ключевые слова:** деформация, локализация, упрочнение, автоволны, дислокации.

(Получено 26 декабря 2014 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В наших исследованиях, обобщённых в статьях [1–4] и монографии [5], установлены главные макроскопические закономерности развития процесса пластического течения. Наиболее яркий атрибутивный признак её развития, обнаруженный с помощью адаптированной к этой проблеме методики двухэкспозиционной спекл-фотографии [5], состоит в самопроизвольной стратификации деформируемой среды на чередующиеся друг с другом активные и пассивные слои (рис. 1). Совокупность таких слоёв образует наблюдаемые в образце пространственно-временные пат-



**Рис. 1.** Последовательные паттерны локализации пластической деформации в монокристалле легированного  $\gamma$ -Fe на стадии линейного деформационного упрочнения для разных моментов времени. Тёмные и светлые полосы — активные и пассивные слои соответственно.

терны — сложные макроскопические картины локализованной пластичности [6].

Как экспериментально установлено ранее [5], паттерны локализации деформации характеризуются пространственным масштабом  $\sim 10^{-2}$  м и характерным временем  $\sim 10^2$ – $10^3$  с, слабо зависящими от природы деформируемых материалов и в большей степени от режима деформирования. Стратификация деформируемой среды эквивалентна образованию деформационной структуры и, несомненно, должна рассматриваться как результат её самоорганизации [7]. Понимание этого вызвало к жизни новый взгляд на природу пластичности, и, формируя его, автор в статьях [8, 9] впервые определил паттерны локализованной пластичности как «*автоволны локализованного пластического течения*», подчеркнув их принадлежность к кругу явлений самоорганизации [7, 10]. Одновременно предположение о волновом характере процессов пластического формоизменения было сформулировано в работе [11]. Взгляд на деформацию как на самоорганизацию деформируемой среды подтверждается уменьшением энтропии деформируемой системы при генерации автоволн [12]. К настоящему времени такие представления в достаточной мере устоялись и признаны научным сообществом. Автоволновой подход, например, развивается в ряде теоретических [13, 14] и экспериментальных [15–17] работ.

Признание автоволнового характера пластической деформации привело к ревизии представлений о пластическом течении, которая коснулась концепции описания природы пластически деформируемой среды и роли некоторых обычно игнорируемых особенностей процесса [5]. Известно, что в общем случае генерация автоволновых процессов возможна в активной, то есть содержащей распределённые по объёму источники энергии, среде [6, 18, 19]. В пластически деформируемом теле такими источниками являются концентраторы напряжений разного масштаба, порождаемые деформацией. Релаксация напряжений от такого концентратора есть элементарный акт пластичности. Дислокационные сдвиги, рождающиеся при релаксации, тормозятся локальными барьерами, формируя, в свою очередь, новые концентраторы. Такой ход процессов определяет как деформационное упрочнение материала, так и генерацию автоволн в нём [5].

Переход к автоволновой концепции означает, что в основу анализа кинетики пластического течения твёрдых тел должны быть положены пространственно-временные соотношения для деформации  $\varepsilon(r, t)$  и напряжения  $\sigma(r, t)$ . Поиску соответствующих уравнений и их анализу посвящена эта статья, в которой принята попытка логического обоснования нового универсального подхода к объяснению феномена пластичности твёрдых тел.

## 2. АВТОВОЛНОВАЯ ПРИРОДА ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ ИНВАРИАНТ

Рассмотрим вначале основные закономерности распространения автоволн локализованного пластического течения, которые касаются скорости их распространения и дисперсии, а также вклада структурных параметров деформируемого материала в количественные характеристики автоволн локализованной пластической деформации. Эти закономерности, наиболее ясно выраженные для стадий лёгкого скольжения и линейного деформационного упрочнения, были установлены ранее экспериментальным образом [5].

### 2.1. Характеристики автоволн локализованного пластического течения

Обобщённая зависимость скорости распространения автоволн от коэффициента деформационного упрочнения на стадиях лёгкого скольжения и линейного деформационного упрочнения определяется уравнением

$$V_{aw} = V_0 + \Xi/\theta \sim \theta^{-1}, \quad (1)$$

где  $\theta = G^{-1}d\sigma/d\varepsilon$  — коэффициент деформационного упрочнения,  $G$  — модуль сдвига, а константы  $V_0$  и  $\Xi \gg V_0$  различны для стадий лёгкого скольжения и линейного деформационного упрочнения. Во всех исследованных случаях  $V_{aw} = 10^{-5} - 10^{-4}$  м/с.

На тех же стадиях автоволны локализованной пластичности имеют квадратичное дисперсионное соотношение, характерное для процессов самоорганизации сред [18, 19]:

$$\omega(k) = \omega_0 \pm \alpha(k - k_0)^2, \quad (2)$$

причём «+» и «-» отвечают стадиям линейного деформационного упрочнения и лёгкого скольжения, а  $\omega_0$ ,  $k_0$  и  $\alpha$  — константы.

Наконец, зависимость длины автоволны от размера зерна деформируемого металла  $\delta$  описывается логистической функцией [20]

$$\lambda(\delta) = \lambda_0 + \frac{a_1/a_2}{1 + C \exp(-a_1\delta)}, \quad (3)$$

где  $\lambda_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  — феноменологические константы, а  $C$  — константа интегрирования.

Полученные при обработке экспериментальных данных эмпирические соотношения (1)–(3) достаточно полно характеризуют

свойства автоволн локализованной пластичности, но остаются независимыми друг от друга. Однако развитию автоволновых представлений и пониманию их природы способствовало бы наличие связи между ними.

## 2.2. Введение упругопластического инварианта

Поиск такого рода связи между соотношениями (1)–(3) увенчался введением нового общего для деформационных процессов принципа. При количественной обработке характеристик деформационных паттернов, формирующихся в разных материалах на стадии линейного деформационного упрочнения, выяснилось, что для каждого материала автоволновые характеристики  $\lambda$  и  $V_{aw}$ , а также расстояние между плотноупакованными плоскостями в кристалле  $\chi$  и скорость поперечных упругих волн  $V_t$  образуют безразмерную комбинацию, почти постоянную для всех исследованных материалов:

$$\lambda V_{aw}/(\chi V_t) \equiv (\lambda/\chi)(V_{aw}/V_t) = \text{const} = \hat{Z}. \quad (4)$$

Из данных, приведённых в табл. 1, следует, что после усреднения по всем исследованным веществам  $\langle \hat{Z} \rangle = 2/3 \pm 1/4$ . Уравнение (4) было названо «упругопластическим инвариантом деформации». Первоначально его справедливость была установлена для металлов, но проведённые в последнее время на щёлочно-галоидных кристаллах NaCl, KCl и LiF и горных породах (мрамор и песчаник) эксперименты подтвердили её для этих материалов. Инвариант (4) формально связывает характеристики упру-

ТАБЛИЦА 1. Данные для введения инварианта (4) для разных материалов.

	Металлы											
	Cu	Zn	Al	Zr	Ti	V	Nb	$\gamma$ -Fe	$\alpha$ -Fe	Ni	Co	Sn
$\lambda V_{aw} \cdot 10^7, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	3,6	3,7	7,6	2,9	3,5	2,8	1,8	2,1	2,3	2,1	3,0	2,8
$\chi V_t \cdot 10^7, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	4,8	5,2	7,5	5,5	6,6	6,1	5,2	6,9	6,7	6,5	6,0	5,3
	Щёлочно-галоидные кристаллы			Горные породы								
	KCl	NaCl	LiF	мрамор	песчаник							
$\lambda V_{aw} \cdot 10^7, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	3,0	3,1	4,3	1,75	0,6							
$\chi V_t \cdot 10^7, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	7,0	7,5	8,8	3,7	1,5							

гих волн ( $\chi$  и  $V_t$ ) и автоволн локализованного пластического течения ( $\lambda$  и  $V_{aw}$ ), то есть, периодических процессов, контролирующей эволюцию упругой и пластической компонент деформации среды. За перераспределение упругих напряжений ответственны упругие волны, а изменения деформационных паттернов — суть автоволны локализованной пластичности. Очевидное сходство этих явлений (их пространственно-временная периодичность) в твёрдых телах и их связь, заданная уравнением (4), могут играть фундаментальную роль в развитии представлений о природе пластической деформации, поскольку заставляют взглянуть на деформацию, как на процесс взаимообусловленного и одновременно перераспределения областей упругих напряжений и очагов локализованной пластичности.

Преобразуем инвариант (4), приняв во внимание приближение, что  $V_t^2 \approx G/\rho \approx \chi^2 \omega_D^2$ , где  $\omega_D$  — частота Дебая [21], а  $\rho$  — плотность вещества. Тогда

$$V_{aw}\lambda \approx \hat{Z} \frac{V_t^2}{\omega_D} \approx \hat{Z} \frac{\partial^2 W / \partial u^2}{\omega_D \chi \rho} \approx \hat{Z} \frac{\partial^2 W / \partial u^2}{\xi_1}, \quad (5)$$

где  $u$  — смещение,  $W(u)$  — межчастичный потенциал, а  $G \approx \chi^{-1} \partial^2 W / \partial u^2$  — упругий модуль. В левой части уравнения (5) собраны параметры автоволны локализованного пластического течения, а в правой — решёточные характеристики среды. Заметим, что в правой части уравнения (5) величина  $\xi_1 = \omega_D \chi \rho = V_t \rho$  имеет смысл удельного акустического сопротивления среды [22]. Появление этой характеристики в инварианте, характеризующем деформационные процессы, как будет показано далее, не является случайным.

### 2.3. Следствия из упругопластического инварианта

Важность инварианта (4) для понимания автоволновой природы локализации пластичности определена тем, что из него, как будет показано, выводятся соотношения (1)–(3), количественно характеризующие автоволны локализованного пластического течения, а также и другие важные соотношения. Покажем сначала, что из инварианта (4) следует аналогичная уравнению (1) обратная пропорциональность скорости распространения автоволн локализованного пластического течения коэффициенту деформационного упрочнения. Для доказательства продифференцируем уравнение (4) по деформации  $\varepsilon$ :

$$\lambda \frac{dV_{aw}}{d\varepsilon} + V_{aw} \frac{d\lambda}{d\varepsilon} = \hat{Z} \chi \frac{dV_t}{d\varepsilon} + \hat{Z} V_t \frac{d\chi}{d\varepsilon} \quad (6)$$

и, записав это выражение относительно  $V_{aw}$ , придём к

$$V_{aw} = \left( \frac{d\lambda}{d\varepsilon} \right)^{-1} \left( \hat{Z}\chi \frac{dV_t}{d\varepsilon} + \hat{Z}V_t \frac{d\chi}{d\varepsilon} - \lambda \frac{dV_{aw}}{d\varepsilon} \right). \quad (7)$$

Так как межплоскостное расстояние в кристалле не зависит от пластической деформации, то в (6) и (7)  $\hat{Z}V_t d\chi/d\varepsilon \approx 0$ , и, следовательно,

$$V_{aw} = \hat{Z}\chi \frac{dV_t}{d\lambda} - \lambda \frac{dV_{aw}}{d\lambda}. \quad (8)$$

После несложных преобразований это даёт соотношение

$$V_{aw} = \hat{Z}\chi \frac{dV_t}{d\lambda} - \chi \frac{dV_{aw}}{d\lambda} \frac{\lambda}{\chi} \approx V_0 + \frac{\Xi}{\theta}, \quad (9)$$

совпадающее с уравнением (1), поскольку [23–25], коэффициент деформационного упрочнения может быть выражен как отношение двух структурных параметров деформируемой среды с размерностью длины  $\chi \ll \lambda$ , то есть  $\theta \approx \chi/\lambda$ , а  $dV_{aw}/d\lambda < 0$ .

Пусть далее уравнению (4) придан вид

$$V_{aw} = \frac{\Theta}{\lambda} = \frac{\Theta}{2\pi} k, \quad (10)$$

где  $\Theta = \hat{Z}\chi V_t$ . Если  $V_{aw} = d\omega/dk$  [22], то  $d\omega = (\Theta/2\pi)kdk$ , и интегрирование

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \frac{\Theta}{2\pi} \int_0^{k-k_0} kdk \quad (11)$$

приводит к квадратичному закону дисперсии

$$\omega = \omega_0 + \frac{\Theta}{4\pi} (k - k_0)^2, \quad (12)$$

эквивалентному уравнению (2), если в нём положить  $\alpha = \Theta/4\pi$ .

Теперь запишем уравнение (4) в виде

$$\lambda = \hat{Z}\chi \frac{V_t}{V_{aw}} \quad (13)$$

и, учитывая, что по экспериментальным данным [5] скорости  $V_t$  и  $V_{aw}$  зависят от размера зерна  $\delta$ , продифференцируем (13) по  $\delta$ :

$$\frac{d\lambda}{d\delta} = \hat{Z}\chi \frac{d}{d\delta} \left( \frac{V_t}{V_{aw}} \right) = \hat{Z}\chi \frac{V_{aw} dV_t/d\delta - V_t dV_{aw}/d\delta}{V_{aw}^2}. \quad (14)$$

Получившееся дифференциальное уравнение

$$d\lambda = \hat{Z}\chi \left( \frac{dV_t}{d\delta} \frac{1}{V_{aw}} - V_t \frac{dV_{aw}}{d\delta} \frac{1}{V_{aw}^2} \right) d\delta, \quad (15)$$

эквивалентное

$$d\lambda = (a_1\lambda - a_2\lambda^2)d\delta, \quad (16)$$

совпадает с дифференциальным уравнением, использованным в [5] без анализа смысла коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$ . Решая уравнение (16), мы возвращаемся к соотношению (3), но в этом случае, в силу (15),

$$a_1 = \frac{1}{V_t} \frac{dV_t}{d\delta} = \frac{d \ln V_t}{d\delta} \quad \text{и} \quad a_2 = \frac{1}{\hat{Z}\chi V_t} \frac{dV_{aw}}{d\delta},$$

так как  $V_{aw} = \hat{Z}\chi V_t \lambda^{-1}$ .

Запишем теперь инвариант (4) в виде

$$\lambda/\chi = \hat{Z} V_t / V_{aw}, \quad (17)$$

где  $\lambda/\chi = \varepsilon$  — деформация. Применяя дифференциальный оператор  $\partial/\partial t = D_\varepsilon \partial^2/\partial x^2$  к левой и правой частям уравнения (17), получим соотношение

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \hat{Z} D_\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} (V_t / V_{aw}), \quad (18)$$

дифференцирование которого приводит к

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \hat{Z} D_\varepsilon \left( -V_t \frac{\partial^2 V_{aw}^{-1}}{\partial x^2} + V_{aw}^{-1} \frac{\partial^2 V_t}{\partial x^2} \right). \quad (19)$$

Скорость распространения ультразвука  $V_t$  сложным образом зависит от деформации [5], однако существенно, что на стадии линейного деформационного упрочнения  $V_t \approx \text{const}$ . При этом условии из уравнения (19) следует

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\hat{Z} D_\varepsilon V_t \frac{\partial^2 V_{aw}^{-1}}{\partial x^2} + D_\varepsilon \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}, \quad (20)$$

что эквивалентно дифференциальному уравнению для скорости деформации

$$\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon, \sigma) + D_\varepsilon \varepsilon'', \quad (21)$$

в котором коэффициент  $D_\varepsilon$  имеет размерность  $L^2T^{-1}$ . Уравнение (21) аналогично реакционно-диффузионному уравнению  $\dot{\rho} = F(\rho) + D\rho''$  для плотности  $\rho$ , полученному авторами [26] добавлением нелинейной функции  $F(\rho)$  в правую часть второго закона Фика для диффузии. Именно такие уравнения используются для описания автоволновых процессов в системах разной природы после адекватного выбора переменных [26–28].

Наконец, уравнение (4) порождает сомнение в корректности общепринятого допущения, согласно которому сумма  $\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{el}} + \varepsilon_{\text{pl}}$  упругой  $\varepsilon_{\text{el}}$  и пластической  $\varepsilon_{\text{pl}}$  деформаций среды, в силу условия  $\varepsilon_{\text{el}} \ll \varepsilon_{\text{pl}}$ , сводится к равенству  $\varepsilon_{\text{tot}} \approx \varepsilon_{\text{pl}}$  [29]. Более того, оно подчёркивает неаддитивность упругих и пластических деформаций, которую следует принимать во внимание при построении или развитии моделей пластического течения.

Завершая анализ упругопластического инварианта (4) заметим, что представление о локализованном пластическом течении как об автоволновом процессе равносильно серьёзной корректировке взглядов на природу пластической деформации. Закономерности развития автоволн локализованной пластической деформации оказываются следствиями инварианта (4), а коэффициентам в уравнениях (1)–(3), найденным ранее эмпирически, удаётся придать физический смысл. В результате, уравнение (4), которое связывает между собой характеристики упругой и пластической деформации твёрдого тела, приобретает смысл *основного уравнения* автоволнового представления локализованной пластической деформации материалов.

### 3. ДВУХКОМПОНЕНТНАЯ МОДЕЛЬ САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИЧНОСТИ

Стандартные подходы к описанию процессов самоорганизации активных сред [7, 18, 19, 26–28] базируются на кинетических уравнениях для конкурентно контролирующего процесс активирующего и демпфирующего факторов. Для деформируемой среды в качестве активирующего фактора удобно выбрать пластические деформации  $\varepsilon$ , а для демпфирующего — напряжения  $\sigma(\varepsilon)$  [5]. Выведем далее кинетические уравнения для этих факторов из общих принципов механики сплошных сред.

#### 3.1. Нелинейные автоволновые уравнения локализованного пластического течения

Уравнение кинетики пластической деформации (активатор), уже полученное выше в форме (21) из инварианта (4), вытекает также

из условия неразрывности течения [29, 30]

$$\dot{\varepsilon} = \nabla(D_\varepsilon \nabla \varepsilon), \quad (22)$$

где  $D_\varepsilon \nabla \varepsilon$  — поток деформации в поле градиента деформации. Если  $D_\varepsilon(x)$ , то

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon' D'_\varepsilon + D_\varepsilon \varepsilon'' = f(\varepsilon, \sigma) + D_\varepsilon \varepsilon'', \quad (23)$$

где

$$f(\varepsilon, \sigma) = \varepsilon' D'_\varepsilon \quad (24)$$

— нелинейная функция деформации и напряжения [31].

Уравнение кинетики релаксации напряжений (ингибитор) получим из уравнения Эйлера для потока вязкой жидкости  $\Pi$ , записанного в форме [32]

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_i = - \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k}. \quad (25)$$

В вязкой среде  $\Pi_{ik} = p \delta_{ik} + \rho v_i v_k - \sigma_{vis} = \sigma_{ik} - \rho v_i v_k$  — тензор плотности потока импульса,  $\delta_{ik}$  — единичный тензор,  $p$  — давление, а  $v_i$  и  $v_k$  — компоненты скорости потока. Тензор напряжений  $\sigma_{ik} = -p \delta_{ik} + \sigma_{vis}$  есть сумма упругих  $\sigma_{el} = -p \delta_{ik}$  и вязких  $\sigma_{vis}$  напряжений. При пластической деформации  $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{vis}$  или  $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_{el} + \dot{\sigma}_{vis}$ . Скорость релаксации упругих напряжений [33]  $\dot{\sigma}_{el} \equiv g(\sigma, \varepsilon) = -(M \rho_m b^2 / B) \sigma = -M \rho_m b V_{disl} \sim V_{disl}$ , где  $M$  — упругий модуль системы «образец–испытательная машина»,  $B \approx 10^{-5} - 10^{-4}$  Па·с — коэффициент квазивязкого торможения дислокаций, а  $V_{disl} = (b/B) \sigma$  — скорость их надбарьерного движения.

Вязкие напряжения  $\sigma_{vis}$  возникают из-за неоднородности поля внутренних напряжений и линейно связаны с изменениями скорости распространения упругих волн в деформируемой среде  $V_t = V_{\sigma=0} + \beta \sigma$  [5], где  $V_{\sigma=0}$  — скорость распространения поперечных упругих волн в отсутствии напряжений, а  $\beta = \text{const}$ . Если принять, что  $\sigma_{vis} = \eta \nabla V_t$ , где  $\eta$  — динамическая вязкость среды, то  $\partial \sigma_{vis} / \partial t = V_t \nabla(\eta \nabla V_t) = \eta V_t \partial^2 V_t / \partial x^2$ . Тогда скорость релаксации вязких напряжений  $\partial \sigma_{vis} / \partial t = \eta V_t \partial^2 V_t / \partial x^2 = \eta \beta V_t \partial^2 \sigma / \partial x^2$ . Окончательно

$$\partial \sigma / \partial t = g(\sigma, \varepsilon) + D_\sigma \partial^2 \sigma / \partial x^2, \quad (26)$$

где  $D_\sigma = \eta \beta V_t$  — коэффициент переноса с размерностью  $L^2 T^{-1}$ .

Правая часть уравнения (26) есть сумма скоростей релаксации упругих  $\dot{\sigma}_e = g(\sigma, \varepsilon)$  и вязких  $\dot{\sigma}_{vis} = D_\sigma \partial^2 \sigma / \partial x^2$  напряжений. Но если нелинейная функция  $g(\sigma, \varepsilon)$  учитывает перераспределение

упругих напряжений между контактирующими микрообъёмами на фронте существующего очага пластичности, то член  $D_\sigma \partial^2 \sigma / \partial x^2 \equiv \eta \zeta V_t \partial^2 \sigma / \partial x^2$  ответственен за стохастические процессы перераспределения напряжений в образце на мезоскопическом и макроскопическом масштабах.

Обобщая эти представления, можно предположить, что поток пластической деформации состоит из «гидродинамической» и «диффузионной» компонент. В уравнениях (23) и (26) первая описывается нелинейными функциями  $f(\sigma, \varepsilon) \sim V_{\text{disl}}$  и  $g(\sigma, \varepsilon) \sim V_{\text{disl}}$  и связана с непрерывным движением вдоль образца фронта деформации при последовательной активации локальных концентраторов напряжений на нём. Вторая компонента определяется членами  $D_\varepsilon \partial^2 \varepsilon / \partial x^2$  и  $D_\sigma \partial^2 \sigma / \partial x^2$  и обеспечивает зарождение деформации на макроскопическом расстоянии  $\sim \lambda$  от одного из сформировавшихся на предыдущих стадиях процесса концентраторов за счёт срабатывания подходящего концентратора в этой области. В образце возникает своеобразная «заброска деформации».

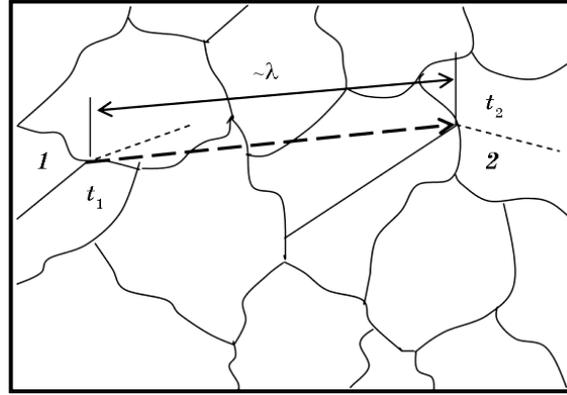
### 3.2. Двухкомпонентная модель пластического течения. Автоволновой вариант

Размерности коэффициентов  $D_\varepsilon$  и  $D_\sigma$  в диффузионных членах  $D_\varepsilon \partial^2 \varepsilon / \partial x^2$  и  $D_\sigma \partial^2 \sigma / \partial x^2$  уравнений (23) и (26) и размерности величин  $\lambda V_{\text{aw}}$  и  $\chi V_t$  в инварианте (4) одинаковы [ $L^2 T^{-1}$ ]. На этом основании можно принять, что

$$\lambda V_{\text{aw}} \equiv D_\varepsilon, \quad (27)$$

$$\chi V_t \equiv D_\sigma. \quad (28)$$

В таком случае инвариант (4) эквивалентен отношению коэффициентов  $D_\varepsilon / D_\sigma = \dot{\gamma}$  в уравнениях (23) и (26). Так как  $\lambda V_{\text{aw}} / (\chi V_t) = D_\varepsilon / D_\sigma = \dot{\gamma} = 2/3 < 1$ , то  $D_\sigma > D_\varepsilon$ . Именно при таком соотношении активная среда способна порождать автоволны [27, 28]. Выше было предложено рассматривать возникновение автоволновой структуры как самоорганизацию активной среды. В общем случае, в соответствии с [34], для этого необходимо, чтобы в активной среде самопроизвольно сформировались взаимодействующие информационная (сигнальная) и динамическая подсистемы. В активной деформируемой среде, которая моделируется набором концентраторов напряжений, первую разумно связать с импульсами акустической эмиссии при дислокационных сдвигах, а вторую — с собственно сдвигами [35]. Сценарий развития пластического течения, схематически показанный на рис. 2, в этом случае таков. При релаксации концентратора напряжений генерируются



**Рис. 2.** Схема зарождения очагов локализованной пластической деформации. Релаксация концентратора в точке 1 инициирует распад концентратора в точке 2. Штриховая линия — траектория акустического импульса.

импульсы акустической эмиссии [36], формирующие сигнальную подсистему. Энергия акустических сигналов, поглощаемая другими концентраторами, инициирует распад последних, вызывая новые сдвиговые процессы в динамической подсистеме деформируемого образца, сопровождаемые новыми импульсами акустической эмиссии. Как видно, развиваемая модель построена на учёте взаимосвязи эффектов акустоэмиссии [36] и акустопластичности [37], изучаемых обычно порознь. В пользу актуальности этой взаимосвязи свидетельствует появление акустического сопротивления среды  $\xi_1 = V_t \rho$  в записи упругопластического инварианта в форме соотношения (5).

Сравним времена ожидания  $\tau$  термически активированного акта сдвиговой релаксации [38] в отсутствие акустического импульса

$$\tau^* = \omega_D^{-1} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{k_B T}\right) \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ с} \quad (29)$$

и при его действии

$$\tau^{**} \approx \omega_D^{-1} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma - \delta U_{ac}}{k_B T}\right) = \omega_D^{-1} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma(\sigma + \varepsilon_{ac} E)}{k_B T}\right) \approx 9 \cdot 10^{-7} \text{ с} \ll \tau^*. \quad (30)$$

В формулах (29) и (30) принято, что  $U_0 - \gamma\sigma \approx 0,5$  эВ, а  $k_B T \approx 1/40$  эВ. В случае воздействия на концентратор акустического импульса с амплитудой упругой деформации  $\varepsilon_{ac}$  энергия активации снижается на  $\delta U_{ac} \approx \gamma \varepsilon_{ac} E \approx 0,1$  эВ, где  $E$  — модуль Юнга. Несмотря на очевидную грубость, приведённая оценка подтверждает спра-

ведливость модели.

Взаимосвязь явлений в акустической и дислокационной подсистемах способна объяснить крупномасштабные корреляции в расположении очагов локализованной пластичности в среде, исходно содержащей только микромасштабные объекты — дислокации с характерным масштабом  $\sim b$ . Применим развиваемую модель для оценки длины автоволны локализованной деформации с учётом акустических свойств деформируемой среды, используя для этой цели эффект расщепления поперечной ультразвуковой волны в поле упругих напряжений [39]. Пусть во время элементарного сдвига эмитируется импульс поперечных упругих волн с частотой  $\omega$ . В упруго напряжённой области он расщепляется на две взаимно перпендикулярно поляризованные волны, распространяющиеся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  ( $v_2 \neq v_1$ ) и имеющие длины  $\zeta_1 = v_1/\omega$  и  $\zeta_2 = v_2/\omega$ . Для разности длин волн  $\delta\zeta = \zeta_2 - \zeta_1$  имеем [39]

$$\delta\zeta = \zeta_2 - \zeta_1 \approx \frac{v_2 - v_1}{\omega} \approx \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\omega\rho V_t}. \quad (31)$$

Положим, что в (31) разность главных нормальных напряжений  $\sigma_2 - \sigma_1 \approx 10^8$  Па, плотность  $\rho \approx 5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $V_t \approx 3 \cdot 10^3$  м/с, а отвечающая максимуму интенсивности в спектре акустического излучения при пластической деформации металлов частота  $\omega \approx 10^6$  Гц [36]. В этом случае, согласно (31),  $\delta\zeta \approx 10^{-4}$  м. Вероятность реализации нового сдвига максимальна там, где совпадают максимумы квадратов напряжений в обеих волнах, то есть, максимальна накопленная упругая энергия волны. Это соответствует  $\lambda \approx \zeta^2/\delta\zeta \approx 10^{-2}$  м, что по порядку величины близко к наблюдаемой длине автоволны и объясняет упомянутую выше «заброску деформации», то есть, зарождение очагов пластичности на расстоянии  $\sim \lambda$  от существующего фронта деформации за счёт процессов, за которые ответственны члены  $D_\varepsilon \partial^2 \varepsilon / \partial x^2$  и  $D_\sigma \partial^2 \sigma / \partial x^2$  в уравнениях (23) и (26).

### 3.3. Двухкомпонентная модель пластического течения.

#### Квазичастичный вариант

Основные идеи двухкомпонентной автоволновой модели пластического течения, указывая на тесную связь микро- и макромасштабов  $\chi$  и  $\lambda$ , отражают двухуровневый процесс пластической деформации [40]. Логическое развитие этих идей привело к расширению взглядов на проблему пластичности за счёт введения нетрадиционных для этой отрасли науки физических понятий и объектов. Речь далее пойдёт о попытке использования квантового подхода к описанию пластического формоизменения.

**ТАБЛИЦА 2.** Результаты расчёта постоянной Планка и массы автолокализона по данным о параметрах автоволн локализованной пластичности.

Металлы	Mg	Al	Ti	Zr	Nb	Cu	Zn
$h \cdot 10^{34}$ , Дж·с	4,9	6,2	6,9	6,1	5,1	11,9	9,3
$m_{a-1}$ , а.е.м.	4,0	0,5	1,1	2,0	2,3	1,8	1,1

Металлы	In	Sn	V	$\gamma$ -Fe	$\alpha$ -Fe	Ni	Co
$h \cdot 10^{34}$ , Дж·с	10,1	7,5	3,5	6,3	6,3	6,1	7,1
$m_{a-1}$ , а.е.м.	1,5	1,3	1,4	1,8	1,8	1,9	1,3

Непосредственным толчком для реализации такой попытки стал результат, полученный при анализе количественных характеристик автоволн локализации пластического течения на стадии линейного деформационного упрочнения. Оказалось, что вычисленные для  $n_1 = 14$  исследованных металлов произведения  $\lambda V_{aw} \rho \chi^3$  почти одинаковы и близки к квантовой постоянной Планка  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с [41], как это следует из табл. 2. Приняв во внимание это обстоятельство, запишем равенство

$$\lambda V_{aw} \rho \chi^3 = h_i \quad (32)$$

из которого следует, что средняя величина  $\langle h \rangle = \sum_{i=1}^{14} h_i / 14 = (6,95 \pm \pm 0,48) \cdot 10^{-34}$  Дж·с, а отношение  $\langle h \rangle / h = 1,05 \pm 0,07 \approx 1$ .

Вопрос о равенстве или различии величин  $\langle h \rangle$  и  $h$  естественным образом разрешается с помощью известной статистической процедуры сравнения средних [42] на основании вычисления  $\hat{t}$ -критерия Стьюдента по формуле

$$\hat{t} = \frac{\langle h \rangle - h}{\sqrt{\hat{\sigma}^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}, \quad (33)$$

где  $n_1 = 14$  — число оценок  $h$  по формуле (33), а  $n_2 = 1$ , то есть принимается, что величина  $h$  измерена без дисперсии вследствие высокой точности её определения. Полная оценка дисперсии величин  $\langle h \rangle$  и  $h$  в уравнении (33) в таком случае составит

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (h_i - \langle h \rangle)^2 + \sum_{1}^1 (h - h)^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (h_i - \langle h \rangle)^2}{n_1 + n_2 - 2}. \quad (34)$$

Анализ  $\hat{t}$ -критерия, вычисленного по формуле (33), показывает, что с вероятностью более 95% различие  $\langle h \rangle$  и  $h$  несущественно, то

есть величины  $\langle h \rangle$  и  $h$  принадлежат выборкам из одной генеральной совокупности, а формула (32) действительно определяет постоянную Планка, оправдывая удивительный факт появления последней в уравнениях физики пластичности.

Этот факт наводит на мысль о целесообразности применения в физике пластической деформации квантовомеханических представлений, в частности, плодотворного для физики конденсированного состояния приёма, основанного на введении квазичастицы, соответствующей волновому процессу [43]. Первая попытка использования такой идеи в физике прочности и пластичности принадлежит авторам [44], которые рассматривая кинетику хрупкого разрушения, постулировали существование в деформируемой среде квазичастицы, названной «креконом» (*crack* — трещина) и отождествлённой с концом растущей трещины. Позднее в [45] для описания элементарного зародыша разрушения был введён «фрустрон». Вспомним также данные Белла [29], указавшего на квантование упругих модулей.

Развивая эту точку зрения, заметим, что в равенстве (32), которому придана форма

$$\rho\chi^3 = \rho\Omega = m_{\text{ef}} = h/(\lambda V_{\text{aw}}), \quad (35)$$

можно узнать уравнение де Бройля для эффективной массы частицы объёмом  $\Omega \approx \chi^3$ , движущейся со скоростью  $V_{\text{aw}}$  [41, 46]. Развитие этой идеи в работе [47] позволило постулировать существование квазичастицы с эффективной массой  $m_{\text{a-1}} = h/\lambda V_{\text{aw}}$ , квазиимпульсом  $p_{\text{a-1}} = m_{\text{a-1}}V_{\text{aw}} = \hbar k$  и энергией  $\varepsilon_{\text{a-1}} = \hbar\omega$ , соответствующей автоволне локализованной пластической деформации и названной «автолокализомом» [48]. Её средняя масса, рассчитанная по уравнению (35),  $\langle m_{\text{a-1}} \rangle = 1,7 \pm 0,2 \approx 1,5$  а.е.м.

Напрашивается аналогия между автолокализонами и ротонами в теории сверхтекучести жидкого  $\text{He}^4$  [43]. Как и ротонны, автолокализоны являются элементарными возбуждениями среды, имеющими не линейный, как у фононов, а квадратичный закон дисперсии (2). В работах [3, 4] обосновано введение обобщённого закона дисперсии для фононов и автолокализонов, формально совпадающего с законом дисперсии квазичастиц в жидком  $\text{He}^4$  [43]. Эффективная масса ротона в  $\text{He}^4$   $m_{\text{rot}} \approx 0,64$  а.е.м. [43] по порядку величины близка к  $m_{\text{a-1}}$ .

Развитие автолокализонного представления о пластичности приводит к важным следствиям. Так, например, члены равенства (32), записанного в виде

$$\lambda V_{\text{aw}}\rho = \frac{h}{\chi^3}, \quad (36)$$

имеют размерность динамической вязкости  $ML^{-1}T^{-1} \equiv \text{Па}\cdot\text{с}$ . Расчёт по формуле (36) показывает, что для исследованных металлов  $\lambda V_{\text{aw}}\rho = h/\chi^3 \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ Па}\cdot\text{с}$ . Это близко к известным данным [33, 49] о величинах коэффициентов квазивязкого торможения дислокаций, контролирующих скорость надбарьерного движения дислокаций.

Квазичастичный подход порождает новый взгляд на природу упругопластического инварианта (4), альтернативный к изложенному выше. Так, в записи

$$\lambda V_{\text{aw}} = \frac{h}{\rho\chi^3} = \frac{h}{m_{\text{a-1}}} \quad (37)$$

нетрудно усмотреть одну из форм инварианта (4). А при записи уравнения (4) в виде

$$\hat{Z} \frac{h}{\lambda V_{\text{aw}}} = \frac{h}{\chi V_{\text{t}}}, \quad (38)$$

где  $h/\chi V_{\text{t}} = m_{\text{ph}}$  — масса фонона, а  $h/\lambda V_{\text{aw}} = m_{\text{a-1}}$  — масса автолокализона, (4) сводится к балансу масс  $2m_{\text{a-1}} = 3m_{\text{ph}}$  при рождении пары автолокализонов из трёх фононов [50, 51].

В рамках развиваемой модели деформируемая среда моделируется смесью фононного и автолокализонного газов. В таком случае закономерности локализованного пластического течения определяются взаимодействием фононов (упругое поле) и автолокализонов (локализованное пластическое течение). Это вполне соответствует представлению об упругопластическом инварианте, введённом выше. Действительно, можно считать, что величины  $\lambda V_{\text{aw}}$  и  $\chi V_{\text{t}}$  в инварианте (4) характеризуют события в автолокализонной и фононной подсистемах, а сам инвариант (4) есть условие их согласования. Как было показано ранее [52], в автоволновой модели с помощью формулы (31) получается правильная оценка длины автоволны  $\lambda \approx 10^{-2}$  м. В рамках квазичастичного подхода такая оценка возможна, если рассматривать автолокализон как броуновскую частицу, движущуюся в фононном газе. В этом случае длина пробега автолокализона [53]

$$S \approx \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{\pi\eta r_{\text{a-1}}}} t, \quad (39)$$

где  $t = \tau \approx 2\pi/\omega \approx 10^3$  с — время,  $\eta \approx 10^{-4} \text{ Па}\cdot\text{с}$  — динамическая вязкость фононного газа,  $T = 300 \text{ К}$  и  $r_{\text{a-1}} \approx \sqrt[3]{\Omega} \approx \chi \approx 10^{-10}$  м — размер автолокализона. Величина  $S \approx 10^{-2}$  м совпадает как с наблюдаемой длиной автоволны, так и с её оценкой по формуле (31). Нетрудно также видеть, что переписав уравнение (39) в виде

$$\frac{S^2}{\tau} \approx \frac{k_B T}{\pi \eta r_{a-1}}, \quad (40)$$

мы имеем  $S^2/\tau \approx D_\varepsilon \approx 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ , откуда следует, что в описании процессов макролокализации пластического течения квази-частичный подход эквивалентен автоволновому.

#### 4. АВТОВОЛНОВАЯ МОДЕЛЬ ПЛАСТИЧНОСТИ И ТЕОРИЯ ДИСЛОКАЦИЙ

Традиционные подходы в современной физике пластичности основаны на теории дислокаций [24, 25, 54, 55]. По этой причине необходимо проанализировать возможные связи между развиваемыми в настоящей работе автоволновыми представлениями и общепринятыми моделями дислокационной деформации и деформационного упрочнения.

Заметим сразу, что идея квантования деформационных процессов в теории дислокаций вполне естественна, поскольку, согласно работам [51, 56], вектор Бюргерса  $\mathbf{b} = \sum_i n_i \mathbf{a}_i$  дислокации есть «квант сдвиговой деформации», а три его компоненты — суть топологические квантовые числа. В таком случае связь дислокационных и автоволновых характеристик деформации, задаваемая инвариантом (4)  $\lambda V_{\text{aw}}/\chi V_t = Z$ , делает законным квантование процессов также и на макроуровне пластического течения, несмотря на огромную разницу их масштабов  $\lambda/\chi \approx 10^8$ .

##### 4.1. Автоволновая деформация и уравнение теории дислокаций Тейлора–Орвана

Рассмотрим уравнение пластического течения (23). В пределе однородного распределения дислокаций при среднем расстоянии между ними  $d$ , можно считать, что  $\varepsilon' \approx (b/d)/d \approx bd^{-2} \approx b\rho_{\text{mob}}$ , где  $b/d$  — деформация сдвига при смещении одной дислокации на  $d$ , а  $d^{-2} \approx \rho_{\text{mob}}$  — плотность подвижных дислокаций. Если принять, что  $D_\varepsilon \approx LV_{\text{disl}}$ , где  $L \approx \alpha x$  — длина пробега дислокаций, а  $V_{\text{disl}} = \text{const}$  их скорость, то  $D'_\varepsilon \approx \alpha V_{\text{disl}}$ . В результате уравнение (23) превращается в уравнение

$$\dot{\varepsilon} = \alpha b \rho_{\text{mob}} V_{\text{disl}} + D_\varepsilon \varepsilon'', \quad (41)$$

в котором первый член справа есть уравнение Тейлора–Орвана  $\dot{\varepsilon} = b\rho_{\text{mob}}V_{\text{disl}}$  для дислокационной деформации [54]. Иначе говоря, уравнение Тейлора–Орвана представляет собой частный случай уравнения (41), описывающий элементарный релаксационный

акт, имеющий обычно форму нелинейного процесса скачкообразной деформации [30].

Очевидно, что уравнение (41) способно описывать более общий случай, соответствующий высокой плотности дислокаций в деформируемой среде. Формально это достигается добавлением диффузионно-подобного члена в правую часть уравнения Тейлора–Орована для дислокационной кинетики. Это позволяет решать более сложные нелинейные задачи [57], связанные с формированием дислокационных субструктур и их эволюцией. По существу, замена уравнения Тейлора–Орована на уравнение (41) эквивалентна переходу к рассмотрению нелинейных задач теории дислокаций.

В частности, на основе этих рассуждений можно объяснить необходимость появления члена  $D_\varepsilon \varepsilon''$  в уравнении (41). Действительно, при растяжении с постоянной скоростью  $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ . Для выполнения этого условия необходимо поддерживать во время деформации необходимый уровень величины  $\rho_{\text{mob}} V_{\text{disl}}$ . Если это не выполняется из-за падения плотности подвижных дислокаций при деформации, то становится необходимым развитие деформационных процессов в других очагах пластичности, которое определяется процессами «заброски» деформации.

#### 4.2. Стадийность пластического течения и автоволны локализации деформации

Принципиальным для развития автоволновых представлений о пластической деформации является вопрос о связи наблюдаемых на определённых стадиях деформационного упрочнения автоволновых картин с действующими на этих стадиях законами деформационного упрочнения. При поиске ответа на него на кривой течения  $\sigma(\varepsilon)$ , аппроксимированной соотношением Людвига [29, 30]  $\sigma(\varepsilon) = \sigma_0 + K\varepsilon^n$ , выделялись стадии деформационного упрочнения с помощью условия  $n = (\ln\varepsilon)^{-1} \{\ln(\sigma - \sigma_0) - \ln K\} = \text{const}$ , где  $K$  — коэффициент упрочнения, а  $\sigma_0$  — константа. Результаты сопоставления стадий упрочнения и типов (мод) автоволн локализованной пластичности приведены в табл. 3. Из неё следует, что при пластической деформации наблюдаются только четыре макроскопические формы локализации. Каждая из них отвечает определённой стадии деформационного упрочнения и представляет собой одну из автоволновых мод. С этой макроскопической точки зрения пластическое течение может рассматриваться как эволюция автоволновых процессов, соответствующих стадиям деформационного упрочнения на кривой  $\sigma(\varepsilon)$ , как показано на рис. 3.

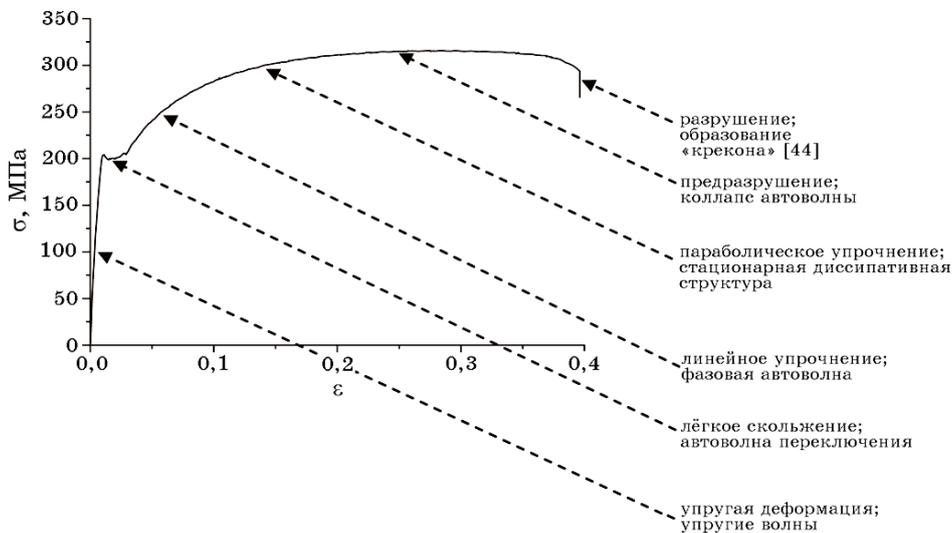
Иными словами, деформируемый растяжением с постоянной скоростью образец способен последовательно генерировать разные

**ТАБЛИЦА 3.** Стадии пластического течения и типы автоволн.

Стадия деформационного упрочнения	Значение показателя упрочнения $n$ в уравнении Людвига	Тип (мода) автоволнового процесса в соответствии с [21]
Площадка текучести или стадия лёгкого скольжения	$\sim 0$	Автоволна переключения
Стадия линейного деформационного упрочнения	1	Фазовая автоволна
Стадия параболического деформационного упрочнения	1/2	Стационарная диссипативная структура
Стадия предразрушения	$< 1/2$	Коллапс автоволны

моды автоволновых процессов и служить универсальным генератором автоволн [58]. Очевидно, он более удобен для моделирования таких процессов, чем традиционно используемые для этих целей химические реакторы, функционирующие в каждом режиме лишь при определённых температурах и составах реагирующих сред [27].

В то же время общепринятые дислокационные модели для последовательных стадий деформационного упрочнения, как и



**Рис. 3.** Многостадийный процесс пластического течения как эволюция автоволновой картины.

представленная выше модель, базируются на представлениях об изменениях распределения дислокационных субструктур, являющихся концентраторами напряжений, в деформируемой среде [24, 25]. При каждом таком изменении активная среда становится способной генерировать новую автоволновую моду. Таким образом, в основе деформационного упрочнения и генерации автоволн локализованного пластического течения лежат одни и те же механизмы. Этот вывод исключает контрверзу автоволновой модели и теорий деформационного упрочнения для разных стадий пластического течения и побуждает рассматривать их теперь как взаимно дополнительные.

Возможность противопоставить каждой стадии упрочнения строго определённый и единственный тип автоволнового процесса предполагает смену принципов анализа кинетики деформации, способствуя формированию новых аспектов в физике и механике многостадийного процесса эволюции пластического течения.

#### 4.3. Автоволны локализованной пластичности и деформационное упрочнение

В рамках дислокационных моделей деформационное упрочнение материалов определяется далеко- или близкодействием дислокаций [54, 55]. При таком подходе физический смысл зависимости  $V_{aw}(\theta)$  (1) может быть объяснён с использованием модели деформационного упрочнения, предложенной Набарро [59]. Согласно его точке зрения коэффициент деформационного упрочнения  $\theta$  определяется отношением энергии  $W \approx Gb^2\rho_s$  неподвижных дислокаций, накопленных при пластическом деформировании, к энергии  $Q \approx \tau bL_d\rho_{mob}$ , рассеянной при движении дислокаций. Здесь  $b$  — модуль вектора Бюргера дислокаций,  $\rho_s$  и  $\rho_{mob}$  — плотности накопленных и подвижных дислокаций,  $L_d$  — длина пробега последних. В таком случае можно записать, что

$$\theta \sim \frac{W}{Q} \sim \frac{Gb^2\rho_s}{\tau bL_d\rho_{mob}} \sim \frac{b}{\varepsilon_e L_d} \frac{\rho_s}{\rho_{mob}}, \quad (42)$$

где  $\varepsilon_e = \tau/G$ ,  $L_d = \Lambda(\varepsilon - \varepsilon^*)^{-1}$ ,  $\Lambda$  — константа, зависящая от сорта материала, а  $\varepsilon^*$  — деформация начала линейной стадии деформационного упрочнения [55]. Тогда из уравнения (1) с учётом (42) следует

$$V_{aw} \sim \Xi \frac{\Lambda}{b} \frac{\varepsilon - \varepsilon^*}{\varepsilon_e} \frac{\rho_{mob}}{\rho_s}. \quad (43)$$

Очевидно, что, согласно (43), при пластическом течении рост

плотности накопленных дефектов увеличивает  $W$  и снижает  $V_{aw}$ . Напротив, увеличение энергии  $Q$ , рассеянной в тепло, приводит к разогреву деформируемой среды, повышая вероятность протекания термически активированных актов пластической деформации и увеличивая  $V_{aw}$ .

Для ещё одного варианта объяснения формы зависимости  $V_{aw} \sim \theta^{-1}$  примем, что  $dV_{aw} \sim L_d$ . Так как согласно [24]

$$\theta \sim \sqrt{nb/3\Lambda}, \quad (44)$$

где  $n$  — число дислокаций с вектором Бюргерса  $\mathbf{b}$  в плоском скоплении, то  $dV_{aw} \sim L \sim \Lambda \sim \theta^{-2}$ . Для разных материалов  $\varepsilon - \varepsilon^* \approx \text{const}$  [24], но коэффициент  $\theta$  для них различен, так что  $d\theta \neq 0$ , и

$$dV_{aw} \sim nb(\varepsilon - \varepsilon^*)^{-1} \theta^{-2} d\theta. \quad (45)$$

Интегрируя уравнение (45), получаем  $V_{aw} \sim \theta^{-1}$ .

Наконец, используя размерный коэффициент деформационного упрочнения  $\theta^* = d\sigma/d\varepsilon$ , запишем для скорости движения очагов локализованной деформации аналогично уравнению (1)

$$V_{aw} = V_* + J/\theta^*. \quad (46)$$

Для монокристаллов легированного  $\gamma$ -Fe  $V_* \approx 2,1 \cdot 10^{-5}$  м/с, а  $J \approx 3,4 \cdot 10^4$  Па·м/с. В этом случае  $J \approx \sigma V_m$ , и в силу тождества Па·м/с  $\equiv$  Вт·м<sup>-2</sup>  $J$  есть мощность потока энергии от нагружающего устройства. В проведённых экспериментах скорость движения подвижного захвата испытательной машины была  $V_m = 3,3 \cdot 10^{-6}$  м/с, а  $\sigma \leq 10^3$  МПа. В таком случае  $J \leq 3,3 \cdot 10^4$  Вт·м<sup>-2</sup>, что близко к приведённой выше оценке.

## 5. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Пластическая деформация протекает локализовано на всех стадиях процесса течения. Существуют четыре типа наблюдаемых паттернов локализованной деформации, которые мало различаются для материалов разной природы. Паттерны — суть разные формы автоволновых процессов, причём отмечено взаимно однозначное соответствие между ними и действующими механизмами деформационного упрочнения материалов.

2. Выведены из законов механики и проанализированы автоволновые уравнения для кинетики пластической деформации и напряжений и установлена их связь с уравнениями дислокационной кинетики.

3. Введён упругопластический инвариант, который связывает ха-

рактеристики автоволн локализованного пластического течения и упругих волн в материалах и является основным уравнением автоволновой модели локализованной пластичности.

4. Двухкомпонентная модель локализованной пластичности, основанная на учёте взаимодействия сдвиговых процессов и акустических импульсов, развита в автоволновом и квазичастичном вариантах. Получены свидетельства в пользу их эквивалентности.

5. Установлены формальная связь между автоволновым и дислокационным подходами к описанию пластичности твёрдых тел и их взаимная дополнительность.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук России на 2013–2020 годы и частично поддержана грантом РФФИ № 14-08-00299. Автор признателен В. И. Данилову, С. А. Баранниковой и В. В. Горбатенко за плодотворное обсуждение результатов.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. B. Zuev, *Ann. Phys.*, **10**, Nos. 11–12: 965 (2001).
2. L. B. Zuev, *Ann. Phys.*, **16**, No. 4: 286 (2007).
3. L. B. Zuev, V. I. Danilov, and S. A. Barannikova, *Phys. Wave Phenom.*, **17**, No. 1: 66 (2009).
4. L. B. Zuev, *Phys. Wave Phenom.*, **20**, No. 3: 166 (2012).
5. Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, С. А. Баранникова, *Физика макролокализации пластического течения* (Новосибирск: Наука: 2008).
6. В. И. Данилов, Л. Б. Зуев, *Успехи физ. мет.*, **9**, № 4: 271 (2008).
7. A. Seeger and W. Frank, *Solid State Phenom.*, 3–4: 125 (1988).
8. Л. Б. Зуев, *Металлофиз. и новейшие технол.*, **16**, № 10: 31 (1994).
9. Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, В. В. Горбатенко, *ЖТФ*, **65**, № 5: 91 (1995).
10. А. Ю. Лоскутов, А. С. Михайлов, *Введение в синергетику* (Москва: Наука: 1990).
11. P. Hähner, *Appl. Phys. A*, **58**, No. 4: 41 (1994).
12. Л. Б. Зуев, *Письма в ЖТФ*, **31**, № 3: 1 (2005).
13. M. Zaiser and E. C. Aifantis, *Int. J. Plasticity*, **22**, No. 12: 1432 (2006).
14. E. C. Aifantis, *Acta Mechan.*, **225**, No. 4: 999 (2014).
15. A. Acharia, A. Beaudoin, and R. Miller, *Mathemat. Mechan. Solids.*, **13**, No. 4: 292 (2008).
16. C. Fressengeas, A. Beaudoin, D. Entemeyer, T. Lebedkina, M. Lebyodkin, and V. Taupin, *Phys. Rev. B*, **79**: 014108 (2009).
17. M. A. Lebyodkin, N. P. Kobelev, Y. Bougherira, D. Entemeyer, C. Fressengeas, V. S. Gornakov, T. A. Lebedkina, and I. V. Shashkov, *Acta Mater.*, **60**, No. 23: 3729 (2012).
18. А. М. Косевич, А. С. Ковалев, *Введение в нелинейную физическую меха-*

- нику (Киев: Наукова думка: 1989).
19. Э. Скотт, *Нелинейная наука. Рождение и развитие когерентных структур* (Москва: Физматлит: 2007).
  20. Дж. Мэрди, *Математическое моделирование* (Москва: Мир: 1979), с. 109.
  21. R. E. Newnham, *Properties of Materials* (Oxford: University Press: 2005).
  22. Е. Скучик, *Основы акустики* (Москва: Мир: 1976), т. 1.
  23. А. Л. Ройтбурд, *Физика деформационного упрочнения монокристаллов* (Киев: Наукова думка: 1972), с. 5.
  24. M. Zaiser and A. Seeger, *Dislocations in Solids* (Eds. F. R. N. Nabarro and M. S. Duesbery) (North-Holland: Amsterdam: 2002), p. 1.
  25. U. Messerschmidt, *Dislocation Dynamics during Plastic Deformation* (Berlin: Springer: 2010).
  26. А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Н. С. Пискунов, *Бюлл. МГУ. Сер. А. Математ. и механ.*, 1, № 1: 6 (1937).
  27. В. А. Васильев, Ю. М. Романовский, В. Г. Яхно, *Автоволновые процессы* (Москва: Наука: 1987).
  28. Е. Ф. Мищенко, В. А. Садовничий, А. Ю. Колесов, Н. Х. Розов, *Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией* (Москва: Физматлит: 2010).
  29. Дж. Ф. Белл, *Экспериментальные основы механики деформируемых твёрдых тел* (Москва: Наука: 1984), т. 1.
  30. J. Pelleg, *Mechanical Properties of Materials* (Dordrecht: Springer: 2012).
  31. L. V. Zuev and V. I. Danilov, *Phil. Mag. A*, 79, No. 1: 43 (1999).
  32. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика* (Москва: Наука: 1988).
  33. В. В. Пустовалов, *Физ. низк. температур*, 34, № 9: 871 (2008).
  34. Б. Б. Кадомцев, *Динамика и информация* (Москва: Редакция УФН: 1997).
  35. L. V. Zuev and S. A. Varannikova, *Int. J. Mech. Sci.*, 88, No. 12: 1 (2014).
  36. А. В. Андрейкив, Н. В. Лысак, *Методы акустической эмиссии в исследовании процессов разрушения* (Киев: Наукова думка: 1989).
  37. Г. А. Малыгин, *ФТТ*, 42, № 1: 69 (2000).
  38. D. Caillard and J. L. Martin, *Thermally Activated Mechanisms in Crystal Plasticity* (Oxford: Elsevier: 2003).
  39. T. Tokuda and Yu. Iwashizu, *Int. J. Solids Struct.*, 4, No. 5: 383 (1968).
  40. Л. В. Зуев, *Металлофиз. новейшие технол.*, 18, № 5: 55 (1996).
  41. Э. В. Шпольский, *Атомная физика* (Москва: Наука: 1984), т. 1.
  42. Д. Худсон, *Статистика для физиков* (Москва: Мир: 1967).
  43. Н. Б. Брандт, В. А. Кульбачинский, *Квазичастицы в физике конденсированного состояния* (Москва: Физматлит: 2007).
  44. Е. М. Морозов, Л. С. Полак, Я. Б. Фридман, *ДАН СССР*, 146, № 3: 537 (1964).
  45. А. И. Олемской, А. А. Кацнельсон, *Синергетика конденсированной среды* (Москва: УРСС: 2003).
  46. J. P. Billingsley, *Int. J. Solids Struct.*, 38, No. 23: 4221 (2001).
  47. L. V. Zuev, *Int. J. Solids Struct.*, 42, No. 9: 943 (2005).
  48. L. V. Zuev and S. A. Varannikova, *J. Mod. Phys.*, 1, No.1: 1 (2010).
  49. А. М. Косевич, *Физическая механика реальных кристаллов* (Киев: Наукова думка: 1981).
  50. Дж. Рейсленд, *Физика фононов* (Москва: Мир: 1975).
  51. Х. Умэдзава, Х. Мацумото, М. Татики, *Термополевая динамика и конденсированные состояния* (Москва: Мир: 1985).

52. Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, Б. С. Семухин, *Успехи физ. мет.*, **3**, № 3: 237 (2002).
53. Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин, *Термодинамика, статистическая физика и кинетика* (Москва: Наука: 1977).
54. Ж. Фридель, *Дислокации* (Москва: Мир: 1967).
55. Дж. Хирт, И. Лоте, *Теория дислокаций* (Москва: Атомиздат: 1972).
56. М. О. Катанаев, *УФН*, **175**, № 7: 705 (2005).
57. Г. А. Малыгин, *УФН*, **169**, № 9: 979 (1999).
58. Л. Б. Зуев, *Известия РАН. Сер. физич.*, **78**, № 10: 957 (2014).
59. F. R. N. Nabarro, *Strength of Metals and Alloys* (Oxford: Pergamon Press: 1986).

## REFERENCES

1. L. B. Zuev, *Ann. Phys.*, **10**, Nos. 11–12: 965 (2001).
2. L. B. Zuev, *Ann. Phys.*, **16**, No. 4: 286 (2007).
3. L. B. Zuev, V. I. Danilov, and S. A. Barannikova, *Phys. Wave Phenom.*, **17**, No. 1: 66 (2009).
4. L. B. Zuev, *Phys. Wave Phenom.*, **20**, No. 3: 166 (2012).
5. L. B. Zuev, V. I. Danilov, and S. A. Barannikova, *Fizika Makrolokaliizatsii Plasticheskogo Techeniya* [Plastic Flow Macrolocalization Physics] (Novosibirsk: Nauka: 2008) (in Russian).
6. V. I. Danilov and L. B. Zuev, *Uspehi Fiziki Met.*, **9**, No. 4: 271 (2008) (in Russian).
7. A. Seeger and W. Frank, *Solid State Phenom.*, **3–4**: 125 (1988).
8. L. B. Zuev, *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*, **16**, No. 10: 31 (1994) (in Russian).
9. L. B. Zuev, V. I. Danilov, and V. V. Gorbatenko, *Zh. Tekhn. Fiz.*, **65**, No. 5: 91 (1995) (in Russian).
10. A. Yu. Loskutov and A. S. Mikhaylov, *Vvedenie v Sinergetiku* [Introduction to Synergetics] (Moscow: Nauka: 1990) (in Russian).
11. P. Hähner, *Appl. Phys. A*, **58**, No. 4: 41 (1994).
12. L. B. Zuev, *Pis'ma v Zh. Tekhn. Fiz.*, **31**, No. 3: 1 (2005) (in Russian).
13. M. Zaiser and E. C. Aifantis, *Int. J. Plasticity*, **22**, No. 12: 1432 (2006).
14. E. C. Aifantis, *Acta Mechan.*, **225**, No. 4: 999 (2014).
15. A. Acharia, A. Beaudoin, and R. Miller, *Mathemat. Mechan. Solids.*, **13**, No. 4: 292 (2008).
16. C. Fressengeas, A. Beaudoin, D. Entemeyer, T. Lebedkina, M. Lebyodkin, and V. Taupin, *Phys. Rev. B*, **79**: 014108 (2009).
17. M. A. Lebyodkin, N. P. Kobelev, Y. Bougherira, D. Entemeyer, C. Fressengeas, V. S. Gornakov, T. A. Lebedkina, and I. V. Shashkov, *Acta Mater.*, **60**, No. 23: 3729 (2012).
18. A. M. Kosevich and A. S. Kovalev, *Vvedenie v Nelineynuyu Fizicheskuyu Mekhaniku* [Introduction to Nonlinear Physical Mechanics] (Kiev: Naukova Dumka: 1989) (in Russian).
19. A. Scott, *Nonlinear Science. Emergence and Dynamics of Coherent Structures* (Oxford: University Press: 2003).
20. G. Murdie, *Mathematical Modelling* (London: Butterworth: 1976), p. 109.
21. R. E. Newnham, *Properties of Materials* (Oxford: University Press: 2005).

22. E. Skudrzik, *The Foundations of Acoustic* (New York: Springer-Verlag: 1971).
23. A. L. Roytburd, *Fizika Deformatsionnogo Uprochneniya Monokristallov* [Physics of Strain Hardening of Single Crystals] (Kiev: Naukova Dumka: 1972), p. 5 (in Russian).
24. M. Zaiser and A. Seeger, *Dislocations in Solids* (Eds. F. R. N. Nabarro and M. S. Duesbery) (North-Holland: Amsterdam: 2002), p. 1.
25. U. Messerschmidt, *Dislocation Dynamics during Plastic Deformation* (Berlin: Springer: 2010).
26. A. N. Kolmogorov, I. G. Petrovskiy, and N. S. Piskunov, *Bull. MGU. Ser. A. Matemat. i Mekhan.*, 1, No. 1: 6 (1937) (in Russian).
27. V. A. Vasil'ev, Yu. M. Romanovskiy, and V. G. Yakhno, *Avtovolnovye Protssesy* [Autowave Processes] (Moscow: Nauka: 1987) (in Russian).
28. E. F. Mishchenko, V. A. Sadovnichiy, A. Yu. Kolesov, and N. Kh. Rozov, *Avtovolnovye Protssesy v Nelineynykh Sredakh s Difuziey* [Autowave Processes in Nonlinear Medium with Diffusion] (Moscow: Fizmatlit: 2010) (in Russian).
29. J. F. Bell, *Eksperimental'nye Osnovy Mekhaniki Deformiruemyykh Tverdykh Tel* [Experimental Bases of Mechanics of Wrought Solids] (Moscow: Nauka: 1984), vol. 1 (in Russian).
30. J. Pelleg, *Mechanical Properties of Materials* (Dordrecht: Springer: 2012).
31. L. B. Zuev and V. I. Danilov, *Phil. Mag. A*, 79, No. 1: 43 (1999).
32. L. D. Landau and E. M. Lifshits, *Gidrodinamika* [Hydrodynamics] (Moscow: Nauka: 1988) (in Russian).
33. V. V. Pustovalov, *Fizika Nizkikh Temperatur*, 34, No. 9: 871 (2008) (in Russian).
34. B. B. Kadomtsev, *Dinamika i Informatsiya* [Dynamics and Information] (Moscow: Redaktsiya UFN: 1997) (in Russian).
35. L. B. Zuev and S. A. Barannikova, *Int. J. Mech. Sci.*, 88, No. 12: 1 (2014).
36. A. V. Andreykiv and N. V. Lysak, *Metody Akusticheskoy Emissii v Issledovanii Protsesov Razrusheniya* [Acoustic Emission Methods in the Study of Processes of Failure] (Kiev: Naukova Dumka: 1989) (in Russian).
37. G. A. Malygin, *Fizika Tverdogo Tela*, 42, No. 1: 69 (2000) (in Russian).
38. D. Caillard and J. L. Martin, *Thermally Activated Mechanisms in Crystal Plasticity* (Oxford: Elsevier: 2003).
39. T. Tokuda and Yu. Iwashizu, *Int. J. Solids Struct.*, 4, No. 5: 383 (1968).
40. L. B. Zuev, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 18, No. 5: 55 (1996) (in Russian).
41. E. V. Shpol'skiy, *Atomnaya Fizika* [Atomic Physics] (Moscow: Nauka: 1984), vol. 1 (in Russian).
42. D. J. Hudson, *Statistics* (Geneva: CERN: 1964).
43. N. B. Brandt and V. A. Kul'batchinskiy, *Kvazichastitsy v Fizike Kondensirovannogo Sostoyaniya* [Quasi-Particles in Condensed Matter Physics] (Moscow: Fizmatlit: 2007) (in Russian).
44. E. M. Morozov, L. S. Polak, and Ya. B. Fridman, *Doklady Akademii Nauk S.S.S.R.*, 146, No. 3: 537 (1964) (in Russian).
45. A. I. Olemskoi and A. A. Katsnel'son, *Sinergetika Kondensirovannoy Sredy* [Condensed Matter Synergetics] (Moscow: U.S.S.R.: 2003) (in Russian).
46. J. P. Billingsley, *Int. J. Solids Struct.*, 38, No. 23: 4221 (2001).
47. L. B. Zuev, *Int. J. Solids Struct.*, 42, No. 9: 943 (2005).
48. L. B. Zuev and S. A. Barannikova, *J. Mod. Phys.*, 1, No.1: 1 (2010).
49. A. M. Kosevich, *Fizicheskaya Mekhanika Real'nykh Kristallov* [Physical

- Mechanics of Real Crystals] (Kyiv: Naukova Dumka: 1981) (in Russian).
50. J. A. Reissland, *The Physics of Phonons* (London: J. Wiley and Sons: 1973).
  51. H. Umezawa, H. Matsumoto, and M. Tachiki, *Thermo Field Dynamics and Condensed States* (Amsterdam: North-Holland Publ. Comp.: 1982).
  52. L. B. Zuev, V. I. Danilov, and B. S. Semukhin, *Uspehi Fiziki Met.*, **3**, No. 3: 237 (2002) (in Russian).
  53. Yu. B. Rumer and M. Sh. Ryvkin, *Termodinamika, Statisticheskaya Fizika i Kinetika* [Thermodynamics, Statistical Physics and Kinetics] (Moscow: Nauka: 1977) (in Russian).
  54. J. Friedel, *Dislocations* (Oxford: Pergamon: 1964).
  55. J. P. Hirth and J. Lothe, *Theory of Dislocations* (New York: McGraw-Hill Book Comp.: 1970)
  56. M. O. Katanaev, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, **175**, No. 7: 705 (2005) (in Russian).
  57. G. A. Malygin, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, **169**, No. 9: 979 (1999) (in Russian).
  58. L. B. Zuev, *Izvestiya RAN. Ser. Fizicheskaya*, **78**, No. 10: 957 (2014) (in Russian).
  59. F. R. N. Nabarro, *Strength of Metals and Alloys* (Oxford: Pergamon Press: 1986).